鹿児島大学

2014年 第8問

数理 石井K

8 次の各問いに答えよ．

(1) 数字1が書かれた玉 a 個（$a \geqq 1$）と，数字2が書かれた玉1個がある．これら $a+1$ 個の玉を母集団として，玉に書かれている数字を変量とする．このとき，この母集団から復元抽出によって大きさ3の無作為標本を抽出し，その玉の数字を取り出した順に X_1，X_2，X_3 とする．標本平均 $\overline{X} = \dfrac{X_1 + X_2 + X_3}{3}$ の平均 $E(\overline{X})$ が $\dfrac{3}{2}$ であるとき，$\overline{X}$ の確率分布とその分散 $V(\overline{X})$ を求めよ．ただし，復元抽出とは，母集団の中から標本を抽出するのに，毎回もとに戻してから次のものを1個取り出す抽出法である．

(2) ある企業の入社試験は採用枠300名のところ500名の応募があった．試験の結果は500点満点の試験に対し，平均点245点，標準偏差50点であった．得点の分布が正規分布であるとみなされるとき，合格最低点はおよそ何点であるか．小数点以下を切り上げて答えよ．ただし，確率変数 Z が標準正規分布に従うとき，$P(Z > 0.25) = 0.4$，$P(Z > 0.5) = 0.3$，$P(Z > 0.54) = 0.2$ とする．

(1) $1 \cdot \dfrac{a}{a+1} + 2 \cdot \dfrac{1}{a+1} = \dfrac{3}{2}$

$\therefore\ a+2 = \dfrac{3}{2}(a+1) \qquad \therefore\ \dfrac{a}{2} = \dfrac{1}{2} \qquad \therefore\ a = 1$

$\therefore$ 3個とも1である確率は $\left(\frac{1}{2}\right)^3 = \frac{1}{8}$

2個1，1個2 〃 $\left(\frac{1}{2}\right)^2 \cdot \left(\frac{1}{2}\right) \cdot {}_3C_1 = \frac{3}{8}$

1個1，2個2 〃 $\left(\frac{1}{2}\right) \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^2 \cdot {}_3C_1 = \frac{3}{8}$

3個とも2 〃 $\left(\frac{1}{2}\right)^3 = \frac{1}{8}$

$\overline{X}$	1	$\frac{4}{3}$	$\frac{5}{3}$	2	計
P	$\frac{1}{8}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{1}{8}$	1

$\therefore\ V(\overline{X}) = E(\overline{X}^2) - \{E(\overline{X})\}^2$

$= 1^2 \cdot \frac{1}{8} + \left(\frac{4}{3}\right)^2 \cdot \frac{3}{8} + \left(\frac{5}{3}\right)^2 \cdot \frac{3}{8} + 2^2 \cdot \frac{1}{8} - \left\{\frac{3}{2}\right\}^2$

$= \dfrac{1}{12}$ //

(2) 500名の得点を確率変数 X とおくと．

X は正規分布 $N(245, 50^2)$ に従うので

$Z = \dfrac{X-245}{50}$ は $N(0,1)$ に従う．

$\therefore\ P(X \geqq n) = P\left(Z \geqq \dfrac{n-245}{50}\right) = 0.6$

$P(X \geqq 245) = 0.5$ より．$n < 245$ $\quad \therefore\ P\left(Z > \dfrac{245-n}{50}\right) = 0.4$ となればよい

$P(Z > 0.25) = 0.4$ より．$\dfrac{245-n}{50} = 0.25 \qquad 245-n = \dfrac{25}{2} \qquad \therefore\ n = 232.5$

$\therefore$ およそ，233点 //