



2014年 第4問

4 次の問いに答えなさい。

- (1) 円に内接する四角形 ABCD において、 $AB = BC = CA = 7$ 、 $AD = 5$ であるとき、辺 CD の長さを求めよ。
- (2) 一般に任意の四角形は必ずしも円に内接しない。では、相異なる 4 点 P, Q, R, S をこの順に並べた四角形 PQRS が円に内接するための「角度に関する必要十分条件」を一つだけ簡潔に記せ。ただし、証明は不要である。
- (3) 平行四辺形 KLMN が円に内接すれば、この平行四辺形は長方形であることを証明せよ。

四角形

(1) ABCD は円に内接している

ので、 $\angle D = 120^\circ$

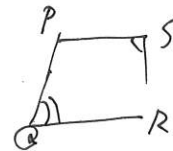
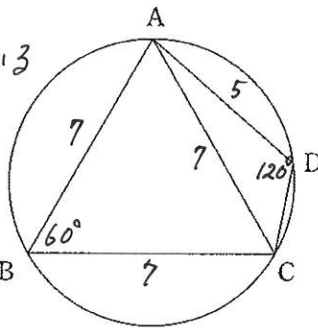
\therefore 余弦定理より、(CD = x とおいた)

$$7^2 = 5^2 + x^2 - 2 \cdot 5 \cdot x \cdot \cos 120^\circ$$

$$\therefore 24 = x^2 + 5x$$

$$\therefore (x+8)(x-3) = 0$$

$$x > 0 \text{ より } \underline{CD = 3}$$

(2) $\angle PQR + \angle PSR = 180^\circ$

(3) (2) より.

$$\angle KLM + \angle KNM = 180^\circ$$

また、平行四辺形なので、 $\angle KLM = \angle KNM$

$$\therefore \angle KLM = \angle KNM = 90^\circ$$

同様に、 $\angle LKN = \angle LMN = 90^\circ$ \therefore KLMN は長方形である \square 