

2017年 畜産学部 第2問

2 放物線 $C_1: y = ax^2 + bx + c$ と放物線 $C_2: y = -x^2 + 1$ について、次の各問に答えなさい。

(1) 放物線 C_1 は点 $(0, -1)$ を頂点として、点 $(2, 3)$ を通る。また、放物線 C_1 と放物線 C_2 は点 $A_1(x_1, y_1)$ と点 $A_2(x_2, y_2)$ で交わる。ただし、 $x_1 < x_2$ とする。

(i) a, b, c の値をそれぞれ求めなさい。

(ii) x_1, x_2, y_1, y_2 の値をそれぞれ求めなさい。

(iii) 放物線 C_1 の点 A_1 、点 A_2 における接線の方程式をそれぞれ求めなさい。

(2) 放物線 C_2 上の点 P の x 座標を t とし、原点と点 P を通る直線の傾きを m とする。また、連立不等式

$$\begin{cases} y \leq mx \\ y \geq x^2 \\ |x| \leq |t| \end{cases}$$

の表す領域の面積 $S(t)$ を t の関数とする。ただし、 $|t| \leq \frac{\sqrt{2}}{2}$ とする。

(i) $t \neq 0$ のとき、 m を t の式で表しなさい。

(ii) $S(t)$ を t の式で表しなさい。

(iii) $S(t)$ を最大にするすべての t の値を求めなさい。また、 $S(t)$ の最大値を求めなさい。