

2016年工学部第5問

(数理
石井K)

5 $\triangle OAB$ が $|\vec{OA}| = 4$, $|\vec{OB}| = 3$, $\angle AOB = 60^\circ$ を満たすとする。また、 $\angle AOB$ の二等分線と点 A から辺 OB への垂線との交点を P とする。

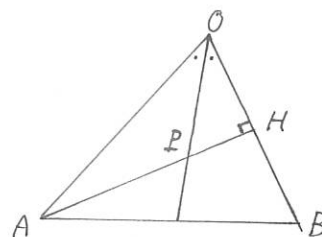
- (1) \vec{OP} を \vec{OA} , \vec{OB} を用いて表せ。
 (2) 面積の比 $\triangle POA : \triangle PAB : \triangle PBO$ を求めよ。

(1) 点 A から辺 OB へ下した垂線の足を H とすると。

$$OH = \frac{1}{2} OA = 2$$

$$OA : OH = 4 : 2 = 2 : 1 \text{ より } \vec{OP} = \frac{1}{3} \vec{OA} + \frac{2}{3} \vec{OH}$$

$$\therefore \vec{OH} = \frac{OH}{OB} \vec{OB} \text{ より } \vec{OP} = \frac{1}{3} \vec{OA} + \frac{4}{9} \vec{OB}$$



(2) $AP : PH = OA : OH = 2 : 1$

$$OH : HB = 2 : 1$$

$$\therefore \triangle POA = \triangle OAB \times \frac{2}{3} \times \frac{2}{3} = \frac{4}{9} \triangle OAB$$

$$\triangle POH = \triangle POA \times \frac{1}{2} = \frac{2}{9} \triangle OAB \text{ より } \triangle PBO = \triangle POH \times \frac{3}{2} = \frac{1}{3} \triangle OAB$$

$$\therefore \triangle PAB = \triangle OAB - \triangle POA - \triangle PBO$$

$$= \triangle OAB \times \left(1 - \frac{4}{9} - \frac{1}{3}\right)$$

$$= \frac{2}{9} \triangle OAB$$

以上より。

$$\triangle POA : \triangle PAB : \triangle PBO = \frac{4}{9} : \frac{2}{9} : \frac{1}{3}$$

$$= \underline{4 : 2 : 3}$$