

2014年第1問

1 α, β は正の実数とする。次の条件によって定義される数列 $\{a_n\}, \{b_n\}$ について、以下の問に答えよ。

$$a_1 = \alpha, \quad b_1 = \beta,$$

$$a_{n+1} = \alpha a_n - \beta b_n, \quad b_{n+1} = \beta a_n + \alpha b_n \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

- (1) $\alpha^2 + \beta^2 \leq 1$ が成り立つならば、任意の自然数 n に対して $a_n^2 + b_n^2 \leq 1$ が成り立つことを示せ。
- (2) $\alpha = \cos \theta, \beta = \sin \theta$ ($0 < \theta < \frac{\pi}{2}$) と表されているとき、 a_2, b_2, a_3, b_3 を θ を用いて表せ。
- (3) $a_{12} = 1, b_{12} = 0$ となるような正の実数の組 (α, β) を全て求めよ。