

2011年 第3問

3 2次の正方行列 $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ のすべての成分は正であるとする。以下の問いに答えなさい。

(1) t の2次方程式

$$t^2 - (a + d)t + ad - bc = 0 \quad \dots\dots (*)$$

が異なる2つの実数解をもつことを示し、また、大きい方の解は正であることを示しなさい。

(2) (*) の大きい方の解を $t = \beta$ と表す。実数 y で、

$$(A - \beta E) \begin{pmatrix} b \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

をみたすものを求めなさい。ただし、 E は2次の単位行列とする。

(3) (2) で求めた y が正であることを示しなさい。