



2014年工学部第3問

教理
石井K3 関数 $f(x) = x^2 - 4|x + 2| + 2x + 4$ について、次の問いに答えよ。

- (1) 曲線 $y = f(x)$ の概形をかけ。
 (2) $y = f(x)$ のグラフに2点で接する直線の方程式を求めよ。
 (3) (2) で求めた接線と $y = f(x)$ が囲む部分の面積を求めよ。

(1) $x \geq -2$ のとき, $f(x) = x^2 - 2x - 4 = (x-1)^2 - 5$
 $x < -2$ のとき, $f(x) = x^2 + 6x + 12 = (x+3)^2 + 3$

(2) 求める直線は右図のようなり。y軸と平行ではないから

$$y = ax + b \text{ とおく}$$

$$y = x^2 - 2x - 4 \text{ と接することより}$$

$$x^2 - (2+a)x - 4 - b = 0 \text{ は重解をもつ}$$

$$\therefore D = (a+2)^2 + 4(b+4) = 0 \quad \therefore a^2 + 4a + 4b + 20 = 0 \dots \textcircled{1}$$

$$y = x^2 + 6x + 12 \text{ と接することより}$$

$$x^2 + (6-a)x + 12 - b = 0 \text{ は重解をもつ}$$

$$\therefore D' = (a-6)^2 - 4(12-b) = 0 \quad a^2 - 12a + 4b - 12 = 0 \dots \textcircled{2}$$

$$\textcircled{1} - \textcircled{2} \text{ より } 16a + 32 = 0 \quad \therefore a = -2, \text{ このとき } \textcircled{1} \text{ より } b = -4$$

$$\therefore y = -2x - 4$$

$$(3) S = \int_{-4}^{-2} (x^2 + 6x + 12 - (-2x - 4)) dx + \int_{-2}^0 (x^2 - 2x - 4 - (-2x - 4)) dx$$

$$= \int_{-4}^{-2} (x+4)^2 dx + \int_{-2}^0 x^2 dx$$

$$= \left[\frac{(x+4)^3}{3} \right]_{-4}^{-2} + \left[\frac{x^3}{3} \right]_{-2}^0$$

$$= \frac{8}{3} + \frac{8}{3}$$

$$= \frac{16}{3}$$

