

2015年工学部第4問

4 関数  $f(x) = \frac{\sqrt{x^2-1}}{x}$  ( $x \geq 1$ ) と曲線  $C: y = f(x)$  について、次に答えよ。

- (1) 区間  $x > 1$  で、 $f(x)$  は増加し、曲線  $C$  は上に凸であることを示せ。
- (2) 曲線  $C$  の点  $(\sqrt{2}, f(\sqrt{2}))$  における接線  $l$  の方程式を求めよ。
- (3) (2) で求めた直線  $l$  と曲線  $C$  および  $x$  軸で囲まれた図形を  $D$  とする。  $D$  を  $y$  軸のまわりに 1 回転してできる立体の体積  $V$  を求めよ。
- (4) (3) で定めた図形  $D$  の面積  $S$  を求めよ。