

2016年 スポーツ科学学部 第1問

1 x, y を正の整数とする.(1) $17x - 36y = 1$ となる最小の x は $\boxed{\overset{17}{ア}}$ である.(2) $17x^3 - 36y = 1$ となる最小の x は $\boxed{\underset{5}{イ}}$ である.

(1) ユークリッドの互除法より

$$36 = 2 \times 17 + 2$$

$$17 = 8 \times 2 + 1$$

$$\text{よって, } 1 = 17 - 8(36 - 2 \times 17)$$

$$\therefore 17 \cdot 17 - 36 \cdot 8 = 1 \quad \cdots \textcircled{1}$$

$$17x - 36y = 1 \quad \cdots \textcircled{2}$$

$$\textcircled{2} - \textcircled{1} \text{ より, } 17(x - 17) - 36(y - 8) = 0$$

$$\therefore 17(x - 17) = 36(y - 8)$$

17と36は互いに素なので、 $x - 17$ は36の倍数

$$\therefore x - 17 = 36k \quad (k: \text{整数}) \text{ と表せる}$$

$$\therefore x = 36k + 17$$

 x は正の整数より、最小のものは、 $x = 17$ //(2) (1)より、 $x = 36k + 17$ この値が立方数(整数の3乗)となる最小の k を求めればよい。ただし、 $k \geq 0$ とする。

$$k = 0 \text{ のとき, } x = 17 \quad \text{これは立方数でない}$$

$$k = 1 \text{ のとき, } x = 53 \quad \text{〃}$$

$$k = 2 \text{ のとき, } x = 89 \quad \text{〃}$$

$$k = 3 \text{ のとき, } x = 125 = 5^3$$

$$\therefore \text{最小の } x \text{ は, } \underline{x = 5} //$$