

2012年 文系 第3問

3 関数 $f(x) = \log_2 8x \cdot \log_{\frac{1}{2}} \frac{4}{x}$ について、以下の問いに答えよ。

- (1) $t = \log_2 x$ とするとき、 $f(x)$ を t の関数 $g(t)$ として表せ。
 (2) (1) で求めた関数を $s = g(t)$ とするとき、この関数のグラフを座標平面上にえがけ。
 (3) $\frac{1}{4} \leq x \leq 16$ であるとき、 $f(x)$ の最大値、最小値とそのときの x の値をそれぞれ求めよ。

$$(1) f(x) = (\log_2 8 + \log_2 x) \cdot \frac{\log_2 \frac{4}{x}}{\log_2 \frac{1}{2}} \quad \text{底の変換公式より}$$

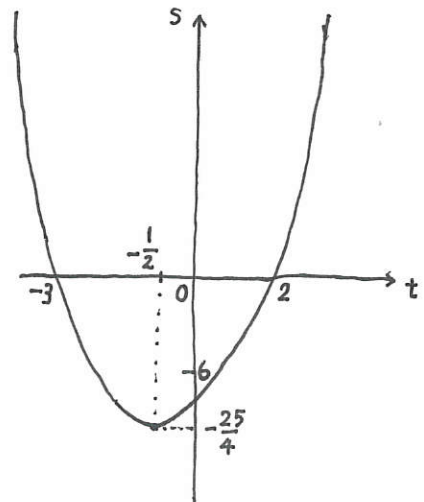
$$= (3 + \log_2 x) \cdot (\log_2 x - 2)$$

$$= (\log_2 x)^2 + \log_2 x - 6$$

$$\therefore \underline{g(t) = t^2 + t - 6} //$$

$$(2) g(t) = (t + \frac{1}{2})^2 - \frac{25}{4} \quad \therefore \text{頂点は } (-\frac{1}{2}, -\frac{25}{4})$$

\therefore 右のグラフになる。



$$(3) \frac{1}{4} \leq x \leq 16 \text{ のとき, } -2 \leq t \leq 4 \text{ となるので}$$

(2) と同様にグラフをかくと右のグラフになる

$$\therefore \underline{f(x) \text{ の最大値は } 14 \text{ (} t=4 \text{ すなわち } x=16 \text{ のとき)}}$$

$$\underline{\text{最小値は } -\frac{25}{4} \text{ (} t=-\frac{1}{2} \text{ すなわち } x = \frac{\sqrt{2}}{2} \text{ のとき)}}$$

