

2013年理系1第4問

数理
石井

4 関数 $f(x) = 2(\log_2 \frac{x}{2})(\log_4 \frac{x}{8}) + 3$ ($1 \leq x \leq 8$) について, $t = \log_2 x$ とおく.

- (1) t のとり得る値の範囲は $\boxed{\text{ス}} \leq t \leq \boxed{\text{セ}}$ である.
- (2) $f(x) = t^2 - \boxed{\text{ソ}}t + \boxed{\text{タ}}$ である.
- (3) 関数 $f(x)$ は $t = \boxed{\text{チ}}$, すなわち $x = \boxed{\text{ツ}}$ のとき最大値 $\boxed{\text{テ}}$ をとり, $t = \boxed{\text{ト}}$, すなわち $x = \boxed{\text{ナ}}$ のとき最小値 $\boxed{\text{ニ}}$ をとる.

(1) $1 \leq x \leq 8$ より. $y = \log_2 x$ のグラフが単調増加であることから

$$\underline{0 \leq t \leq 3}$$

($x=1$ のとき $t=0$)
($x=8$ のとき $t=3$)

(2) $f(x) = 2(\log_2 \frac{x}{2}) \cdot \frac{\log_2 \frac{x}{8}}{\log_2 4} + 3$ (底の変換公式を使った)

$$= 2(\log_2 x - 1) \cdot \frac{1}{2} \cdot (\log_2 x - 3) + 3$$

$$= (t-1)(t-3) + 3$$

$$\underline{= t^2 - 4t + 6}$$

(3) (2) より. $f(x) = (t-2)^2 + 2$

$\therefore t=0$ すなわち $x=1$ のとき 最大値 6

$t=2$ すなわち $x=4$ のとき 最小値 2

