



2014年理系第4問

4 数列 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$ を,

$$\begin{cases} a_1 = 1, & a_{n+1} = \sqrt{2b_n + 1} \quad (n = 1, 2, 3, \dots) \\ b_1 = 3, & b_{n+1} = \sqrt{2a_n + 1} \quad (n = 1, 2, 3, \dots) \end{cases}$$

と定めるとき, 次の問いに答えよ.

- (1) $\alpha = 1 + \sqrt{2}$ とする. 自然数 n に対して, 不等式 $|a_{n+1} - \alpha| \leq \left(\frac{2}{1 + \alpha}\right) |b_n - \alpha|$ が成り立つことを示せ.
- (2) 極限值 $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$, $\lim_{n \rightarrow \infty} b_n$ を求めよ.