

2013年工・ライフデザイン 第5問


 数理
石井K

5 2次関数 $f(x)$ があり、 $f(0) = 24$ である。また、その導関数を $f'(x) = ax - b$ とおく。ただし、 a, b はともに定数であり、 $a > 0$ とする。このとき、

(1) $a = \begin{array}{|c|c|} \hline 1 & 6 \\ \hline \end{array}$, $b = \begin{array}{|c|c|} \hline 3 & 2 \\ \hline \end{array}$ ならば、 $f(1) = f(3) = 0$ である。

(2) $a = \begin{array}{|c|c|} \hline & \\ \hline \end{array}$, $b = \begin{array}{|c|c|} \hline & \\ \hline \end{array}$ ならば、 $x = 2.5$ のとき $f(x)$ が極小となり、その極小値は -1 である。

(3) $f'(1.5) = 25$ ならば、 $f(3) = \begin{array}{|c|c|} \hline & \\ \hline \end{array}$ である。

(1) $f'(x) = ax - b$ より $f(x) = \frac{1}{2}ax^2 - bx + c$ $f(0) = 24$ より $f(x) = \frac{1}{2}ax^2 - bx + 24$

$$\therefore f(1) = \frac{1}{2}a - b + 24 = 0 \dots \textcircled{1} \quad f(3) = \frac{9}{2}a - 3b + 24 = 0 \dots \textcircled{2}$$

$$\textcircled{2} - \textcircled{1} \text{ より } 4a - 2b = 0 \quad \therefore b = 2a \quad \text{これを } \textcircled{1} \text{ に代入して}$$

$$-\frac{3}{2}a + 24 = 0 \quad \therefore \underline{a = 16, b = 32} //$$

(2) $f'(2.5) = 0$ より $\frac{5}{2}a - b = 0 \dots \textcircled{3}$ $f(2.5) = -1$ より

$$\frac{25}{8}a - \frac{5}{2}b + 24 = -1 \dots \textcircled{4}$$

$$\textcircled{3}, \textcircled{4} \text{ より } \underline{a = 8, b = 20} //$$

(3) $f'(1.5) = \frac{3}{2}a - b = 25 \dots \textcircled{5}$

$$f(3) = \frac{9}{2}a - 3b + 24 \dots \textcircled{6}$$

$$\textcircled{5} \text{ より } b = \frac{3}{2}a - 25 \quad \text{これを } \textcircled{6} \text{ に代入して}$$

$$f(3) = \frac{9}{2}a - 3\left(\frac{3}{2}a - 25\right) + 24$$

$$= \underline{99} //$$