

2014年医学部第2問

2 $0 < a \leq \frac{\pi}{2}$ とし, 曲線 $y = 1 - \cos x$ ($0 \leq x \leq a$) を C とする. $0 < t < a$ とし, 原点と C 上の点 $(t, 1 - \cos t)$ を通る直線を l とおくと, 次の問いに答えよ.

(1) 曲線 C と直線 l とで囲まれた部分の面積を $S_1(t)$, $t \leq x \leq a$ の範囲で C と l と直線 $x = a$ とで囲まれた部分の面積を $S_2(t)$ とおくと, $S_1(t) + S_2(t)$ を求めよ.

(2) $S_1(t) + S_2(t)$ を最小とする t の値を t_0 とするとき, t_0 を a を用いて表せ.

(3) $\lim_{a \rightarrow +0} \frac{S_1(t_0) - S_2(t_0)}{a^3}$ を求めよ. ただし, $a - \frac{a^3}{3!} < \sin a < a - \frac{a^3}{3!} + \frac{a^5}{5!}$ ($a > 0$) は用いてよい.