



2015年理系第2問

2 辺の長さが1の正方形を  $S_1$  とし,  $S_1$  に内接する円を  $C_1$ ,  $C_1$  に内接するひとつの正方形を  $S_2$ ,  $S_2$  に内接する円を  $C_2$  とする. 以下同様に, 自然数  $n$  に対し, 正方形  $S_n$ , 円  $C_n$  を定める. すなわち, 正方形  $S_n$  の内接円が  $C_n$  であり, 正方形  $S_{n+1}$  は円  $C_n$  に内接している. このとき, 次の問いに答えよ.

- (1)  $S_n$  の辺の長さを  $l_n$  とするとき,  $C_n$  の半径を  $l_n$  で表せ.
- (2) 数列  $\{l_n\}$  の一般項を求めよ.
- (3)  $S_n$  の内部から  $C_n$  の内部を除いた部分の面積を  $a_n$  とする.  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$  を求めよ.