2017年 理系 第3問

$\boxed{3}$ 関数 $f(x)=x\sqrt{1-x}$ とする．t を定数とするとき，曲線 $C: y=f(x)$ 上の点 $\mathrm{P}(t,\ t\sqrt{1-t})$ について，次の問いに答えよ．

(1) 関数 $f(x)$ の最大値を求めよ．

(2) 曲線 C の点 P における接線 ℓ が x 軸の負の部分で交わるとき，ℓ と x 軸との交点を Q とする．点 Q の座標を t を用いて表せ．

(3) $t=\dfrac{1}{2}$ とし，O を座標平面の原点とする．曲線 C と線分 PQ，および x 軸上の線分 OQ で囲まれた部分を，x 軸の周りに 1 回転させてできる立体の体積を求めよ．