0001964635308999

東京薬科大学

2014年 薬学部（B前期） 第2問　1枚目／2枚

数理 石井K

$\boxed{2}$ 次の問いに答えよ．ただし，$*$については＋，－の1つが入る．

(1) 不等式

$$1+\frac{1}{\log_2 x}-\frac{3}{\log_3 x}<0$$

を解くと，

$$\frac{1}{\boxed{\text{タ}}}<x<\frac{\boxed{\text{チツ}}\ 27}{\boxed{\text{テ}}\ 2}$$

（タ：1）

である．

(2) 関数 $f(x)=8^x+8^{-x}-5(4^x+4^{-x})+6(2^x+2^{-x})$ がある．ただし，x は全ての実数を動く．

(i) $2^x+2^{-x}=t$ とおくとき，t の取り得る値の範囲は $t\geqq \boxed{*\text{ト}}$ である．　$+2$

(ii) 4^x+4^{-x}，8^x+8^{-x} を t の式で表すと

$$4^x+4^{-x}=t^2+\boxed{*\text{ナ}},\quad 8^x+8^{-x}=t^3+\boxed{*\text{ニ}}\,t$$

-2　　-3

である．

(iii) $f(x)$ を t の式で表すと，$f(x)=t^3+\boxed{*\text{ス}}t^2+\boxed{*\text{ネ}}t+\boxed{*\text{ノハ}}$ である．

-5　$+3$　$+10$

(iv) $f(x)$ の最小値は $\boxed{*\text{ヒ}}$ である．

$+1$

(1) 真数条件より．$x>0$，また（分母）$\neq 0$ より $x\neq 1$

底の変換公式より．$1+\dfrac{1}{\log_2 x}-3\cdot\dfrac{\log_2 3}{\log_2 x}<0$

(i) $0<x<1$ のとき．$\log_2 x<1$ より．

$\log_2 x+1-3\log_2 3>0$

$\therefore \log_2 x>\log_2\dfrac{27}{2}$

$\therefore x>\dfrac{27}{2}$　これは $0<x<1$ を満たさず不適

(1) のつづき．

(ii) $x>1$ のとき．$\log_2 x>0$ より

$\log_2 x+1-3\log_2 3<0$　$\therefore \log_2 x<\log_2\dfrac{27}{2}$　$\therefore x<\dfrac{27}{2}$

(i)，(ii) より．$\underline{1<x<\dfrac{27}{2}}$ //

(2) 相加平均・相乗平均の関係から $t=2^x+2^{-x}\geqq 2\sqrt{2^x\cdot 2^{-x}}=2$　$\therefore \underline{t\geqq 2}$ //

(i) $2^x>0$，$2^{-x}>0$ と，

等号成立は $x=0$ のとき．

(ii) $t=2^x+2^{-x}$ の両辺を2乗して．$t^2=4^x+4^{-x}+2$　$\therefore 4^x+4^{-x}=\underline{t^2-2}$ //

$8^x+8^{-x}=(2^x+2^{-x})^3-3\cdot 2^x\cdot 2^{-x}(2^x+2^{-x})$

$=\underline{t^3-3t}$ //

(iii) $f(x)=t^3-3t-5(t^2-2)+6t=\underline{t^3-5t^2+3t+10}$ //　(iv) は 2枚目

0001964635308999

東京薬科大学

2014年 薬学部（B前期） 第2問　　2枚目/2枚

数理 石井K

2 次の問いに答えよ．ただし，∗については＋，－の1つが入る．

(1) 不等式

$$1+\frac{1}{\log_2 x}-\frac{3}{\log_3 x}<0$$

を解くと，

$$\boxed{タ}<x<\frac{\boxed{チツ}}{\boxed{テ}}$$

である．

(2) 関数 $f(x)=8^x+8^{-x}-5(4^x+4^{-x})+6(2^x+2^{-x})$ がある．ただし，x は全ての実数を動く．

(i) $2^x+2^{-x}=t$ とおくとき，t の取り得る値の範囲は $t \geqq \boxed{*ト}$ である．

(ii) 4^x+4^{-x}，8^x+8^{-x} を t の式で表すと

$$4^x+4^{-x}=t^2+\boxed{*ナ},\quad 8^x+8^{-x}=t^3+\boxed{*ニ}\,t$$

である．

(iii) $f(x)$ を t の式で表すと，$f(x)=t^3+\boxed{*ス}\,t^2+\boxed{*ネ}\,t+\boxed{*ノハ}$ である．

(iv) $f(x)$ の最小値は $\boxed{*ヒ}$ である．

(iv) (iii)より．$f'(x)=3t^2-10t+3=(3t-1)(t-3)$

正確には $\frac{d}{dt}f(x)$

$t \geqq 2$ より．$f'(x)=0$ となるのは $t=3$ のとき．

t	2	…	3	…
$f'(x)$		−	0	+
$f(x)$	4	↘	1	↗

∴ 増減表より．$f(x)$ の最小値は $\underline{1}$ //