



2011年 理学部・医学部 第4問

4  $n$  を自然数とし、 $\theta$  を  $\cos \theta = -\frac{1}{3}$  であるような実数とする。このとき、次の問いに答えよ。

- (1)  $\cos(n+1)x = 2\cos nx \cos x - \cos(n-1)x$  が成り立つことを示せ。
- (2)  $\cos n\theta$  は  $\frac{m}{3^n}$  という形の分数で表されることを示せ。ただし、 $m$  は整数で  $|m|$  は 3 を約数にもたない。
- (3) (2) を用いて  $\frac{\theta}{\pi}$  は無理数であることを示せ。