

2013年薬学部第3問

3 濃度  $a\%$  の食塩水 300 g が入っている容器 A と、濃度  $b\%$  の食塩水 400 g が入っている容器 B がある。A より 100 g の食塩水をとってそれを B に移し、よくかき混ぜた後に同量を A に戻すとする。この操作を  $n$  回繰り返したときの A, B の食塩水の濃度を求めたい。次の  にあてはまる数または式を記入せよ。

(1) 容器 A と容器 B に、最初にあった食塩の量の和は  g である。

(2)  $n (\geq 1)$  回の操作の後、容器 A の濃度が  $x_n\%$ 、容器 B の濃度が  $y_n\%$  になっていたとする。 $y_n$  を  $x_{n-1}$  と  $y_{n-1}$  を用いて表すと、

$$y_n = \text{} x_{n-1} + \text{} y_{n-1}$$

となる。また、 $x_n$  を  $x_{n-1}$  と  $y_{n-1}$  を用いて表すと、

$$x_n = \text{} x_{n-1} + \text{} y_{n-1}$$

となる。

(3) 食塩の量の和は一定であることに注意すると、

$$\text{} x_n + \text{} y_n = \text{} x_{n-1} + \text{} y_{n-1} = \cdots = \text{}$$

(4) (3) で与えられた関係式を使って、数列  $\{x_n\}$  の漸化式をつくると、

$$x_n = \text{} x_{n-1} + \text{}$$

となる。この漸化式を解くことによって、 $x_n$  を  $a$  と  $b$  および  $n$  を用いて表すと、

$$x_n = \text{}$$

また、 $y_n$  を  $a$  と  $b$  および  $n$  を用いて表すと、

$$y_n = \text{}$$

となる。