



2014年薬学部第3問

 数理
石井K

 3 空間内に3点 $A(1, 0, 0)$, $B(0, 1, 0)$, $C(t, t, t)$ が与えられている。 $\triangle ABC$ の面積を $S(t)$ とおく。
(1) $S(t)$ を求めよ。(2) $S(t)$ の最小値を求めよ。また、そのときの t の値と $\angle ACB$ を求めよ。

$$(1) AB = \sqrt{1^2 + 1^2 + 0^2} = \sqrt{2}, \quad AC = \sqrt{(t-1)^2 + t^2 + t^2} = \sqrt{3t^2 - 2t + 1}$$

$$BC = \sqrt{(t-1)^2 + t^2 + t^2} = \sqrt{3t^2 - 2t + 1}$$

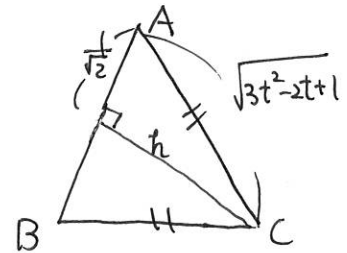
$$\therefore AC = BC$$

三平方の定理より。

$$h^2 = 3t^2 - 2t + 1 - \frac{1}{2}$$

$$\therefore S(t) = \frac{1}{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \sqrt{3t^2 - 2t + \frac{1}{2}}$$

$$= \frac{1}{2} \sqrt{6t^2 - 4t + 1}$$



$$(2) S(t) = \frac{1}{2} \sqrt{6\left(t - \frac{1}{3}\right)^2 + \frac{1}{3}}$$

$$\therefore t = \frac{1}{3} \text{ のとき } S(t) \text{ は最小値 } \frac{\sqrt{3}}{6} \text{ をとる}$$

このとき右の図のようになるから

$$\angle ACB = 120^\circ$$

