



2013年理系第4問

4 平面上の2つのベクトル  $\vec{a}$ ,  $\vec{b}$  はそれぞれの大きさが1であり, また平行でないとする. 次の問いに答えよ.

(1)  $t \geq 0$  であるような実数  $t$  に対して, 不等式

$$0 < |\vec{a} + t\vec{b}|^2 \leq (1+t)^2$$

が成立することを示せ.

(2)  $t \geq 0$  であるような実数  $t$  に対して  $\vec{p} = \frac{2t^2\vec{b}}{|\vec{a} + t\vec{b}|^2}$  とおき,  $f(t) = |\vec{p}|$  とする. このとき, 不等式

$$f(t) \geq \frac{2t^2}{(1+t)^2}$$

が成立することを示せ.

(3)  $f(t) = 1$  となる正の実数  $t$  が存在することを示せ.