

2017年文系第4問

4  $p$  を正の実数とする. 放物線  $y = px^2$  を  $C_1$ , 放物線  $y = -px^2 + 2px + \frac{1}{2p}$  を  $C_2$  とし,  $C_1$  と  $C_2$  の2つの交点を  $A, B$  とする. ただし,  $A$  の  $x$  座標を  $a$ ,  $B$  の  $x$  座標を  $b$  としたとき,  $a < b$  である. また,  $C_1$  と  $C_2$  で囲まれた図形の面積を  $S$  とする. このとき, 以下の問いに答えよ.

- (1) 点  $A$  における  $C_1$  の接線と  $C_2$  の接線は垂直であることを示せ. また, 点  $B$  における  $C_1$  の接線と  $C_2$  の接線も垂直であることを示せ.
- (2)  $S$  を  $p$  を用いて表せ.
- (3)  $p$  がすべての正の実数を動くとき,  $p = \tan \theta$  ( $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$ ) とおくことにより,  $S$  の最小値を求めよ.