



2018年理系第4問

4 座標空間において、原点 $(0, 0, 0)$ と点 $(1, 1, -3)$ を通る直線を l 、2つの点 $(-6, 6, 0)$ 、 $(1, 2, 1)$ を通る直線を m とする。直線 l 上の点 P と直線 m 上の点 Q を、直線 PQ が直線 l 、 m のいずれにも直交するようにとる。次の問いに答えよ。

(1) $|\overrightarrow{PQ}|$ を求めよ。

(2) A を直線 l 上の点、 B を直線 m 上の点とする。ただし、 $A \neq P$ とする。このとき、 $\angle APB = \frac{\pi}{2}$ であることを示せ。

(3) 直線 l 上の2点 A 、 C をそれらの中点が P となるようにとる。同様に、直線 m 上の2点 B 、 D をそれらの中点が Q となるようにとる。 $|\overrightarrow{PA}| = a$ 、 $|\overrightarrow{QB}| = b$ のとき、三角形 BDP の面積と四面体 $ABCD$ の体積を求めよ。