会津大学

2013年 第2問

数理 石井K

$\boxed{2}$ △OABにおいて，辺OA，OB，ABの長さをそれぞれ2，4，3とする．辺ABの中点をMとし，頂点Aから辺OBに下ろした垂線と線分OMとの交点をPとする．$\overrightarrow{OA}=\vec{a}$，$\overrightarrow{OB}=\vec{b}$ として，以下の空欄をうめよ．

(1) $\vec{a}\cdot\vec{b}=\boxed{\text{イ}}$ である． $\frac{11}{2}$

(2) $\overrightarrow{OM}$ を $\vec{a}$ と $\vec{b}$ を用いて表すと

$$\overrightarrow{OM}=\boxed{\text{ロ}}\,\vec{a}+\boxed{\text{ハ}}\,\vec{b}$$

$\frac{1}{2}$ $\frac{1}{2}$

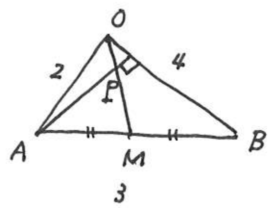
である．

(3) $\overrightarrow{AP}$ を $\vec{a}$ と $\vec{b}$ を用いて表すと

$$\overrightarrow{AP}=\boxed{\text{ニ}}\,\vec{a}+\boxed{\text{ホ}}\,\vec{b}$$

$-\frac{32}{43}$ $\frac{11}{43}$

である．



(1) 余弦定理より，$3^2=2^2+4^2-2\cdot4\cdot2\cos\angle AOB$

$\therefore\ \cos\angle AOB=\frac{11}{16}$

$\therefore\ \vec{a}\cdot\vec{b}=|\vec{a}|\cdot|\vec{b}|\cdot\cos\angle AOB$

$=\underline{\frac{11}{2}}$ //

(2) $\underline{\overrightarrow{OM}=\frac{1}{2}\vec{a}+\frac{1}{2}\vec{b}}$ //

(3) O，P，Mは一直線上にあるので

kを実数として，$\overrightarrow{OP}=k\overrightarrow{OM}$ と表せる．

よって，$\overrightarrow{OP}=\frac{1}{2}k\vec{a}+\frac{1}{2}k\vec{b}$

このとき，$\overrightarrow{AP}=\overrightarrow{OP}-\overrightarrow{OA}=\left(\frac{1}{2}k-1\right)\vec{a}+\frac{1}{2}k\vec{b}$ …①

AP⊥OBより $\overrightarrow{AP}\cdot\vec{b}=0$ なので $\overrightarrow{AP}\cdot\vec{b}=\left(\frac{1}{2}k-1\right)\vec{a}\cdot\vec{b}+\frac{1}{2}k|\vec{b}|^2$

$=\frac{11}{2}\left(\frac{1}{2}k-1\right)+8k$

$\therefore\ \frac{11}{4}k-\frac{11}{2}+8k=0$

$\therefore\ k=\frac{22}{43}$

①より，$\underline{\overrightarrow{AP}=-\frac{32}{43}\vec{a}+\frac{11}{43}\vec{b}}$ //