

2011年医学部第2問

2 医学部における研究では、いろいろな動物が用いられる。これらの動物を生育して、研究者たちに販売する者の立場から、動物 A, B, C を題材にして、以下の問題を考察する。

(1) 動物 A, B を生育するには、3種類の栄養素 p, q, r が必要である。生育量（単位 kg）と栄養素の量は、ともに実数で示される。

（条件 a） A を x kg 生育するには、 p が $5x$, q が $5x$, r が x の量、同時に必要である。A の販売価格は 10 万円/kg である。

（条件 b） B を y kg 生育するには、 p が $4y$, q が y , r が $2y$ の量、同時に必要である。B の販売価格は 5 万円/kg である。

手持ちの栄養素は今、 p が 5, q が 4, r が 2 の量であると仮定する。このとき、A, B をそれぞれ何 kg 生育すれば、販売額が最大となるか。販売額の最大値、およびそのときの A, B の生育量をそれぞれ求めよ。

(2) 動物 A, B に加えて、動物 C も p, q, r の栄養素によって生育できることがわかる。

（条件 c） C を z kg 生育するには、 p が $2z$, q が $3z$, r が z の量、同時に必要である。C の販売価格は 8 万円/kg である。

手持ちの栄養素は今、 p が 5, q が 4 の量であるが、(1) の場合と違って r はいくらでも手に入るものと仮定する。次の問い (i), (ii), (iii) に答えよ。

(i) C の生育量 z kg は、 $z = k \left(0 \leq k \leq \frac{11}{10} \right)$ として値を固定し、A, B の生育量をそれぞれ x kg, y kg として変化させる。このとき、点 (x, y) の動く領域 $D(k)$ を図示せよ。さらに、 (x, y) がこの領域を動くとき、販売額の最大値を $w(k)$ とかく。 $w(k)$ を k の式で表せ。

(ii) C の生育量 $z = k$ を、 $0 \leq k \leq \frac{11}{10}$ の範囲から $\frac{11}{10} \leq k \leq \frac{4}{3}$ の範囲に変更する。このとき、点 (x, y) の動く領域 $D(k)$ および販売額の最大値 $w(k)$ はどうなるか、調べよ。

(iii) A, B, C をそれぞれ何 kg 生育すれば、販売額が最大となるか。販売額の最大値、およびそのときの A, B, C の生育量をそれぞれ求めよ。