



2013年理系第4問

4 行列  $A = \begin{pmatrix} \frac{7}{2} & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & \frac{7}{2} \end{pmatrix}$ ,  $E = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$  に対して, 次の問いに答えよ.

- (1) 実数  $x, y, u, v$  が,  $xA + yE = uA + vE$  を満たすならば,  $x = u, y = v$  であることを示せ.
- (2)  $A = a_1A + b_1E, A^2 = a_2A + b_2E$  となる実数  $a_1, b_1, a_2, b_2$  を求めよ.
- (3)  $n = 1, 2, 3, \dots$  に対して,  $A^n = a_nA + b_nE$  となる実数  $a_n, b_n$  を  $n$  を用いて表せ.
- (4)  $n = 1, 2, 3, \dots$  に対して, 実数  $c_n, d_n$  が

$$A + A^2 + A^3 + \dots + A^n = c_nA + d_nE$$

を満たしているとき, 極限  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{c_n}{d_n}$  を求めよ.