

2015年医学部第22問


 数理解石井K

22 関数  $f(x) = \frac{2ax}{x^2 - ax + 1}$  ( $|a| < 2$ ,  $a$  は実数) の最大値が 2 となるとき,  $a$  のとる値は,  $p$  と  $q$  の 2 つ存在する.  $|p - q|$  の値を求めよ.

$$f'(x) = \frac{2a(x^2 - ax + 1) - 2ax(2x - a)}{(x^2 - ax + 1)^2}$$

$$= \frac{2a(1+x)(1-x)}{(x^2 - ax + 1)^2}$$

$\therefore f'(x) = 0$  となるのは,  $x = \pm 1$  (  $a = 0$  とすると,  $f(x) = 0$  で最大値が 2 を満たさないの  $a \neq 0$  とした )

(i)  $0 < a < 2$  のとき.

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) = 0 \text{ より.}$$

右の増減表より, 最大値は  $f(1) = \frac{2a}{2-a}$

$$\therefore \frac{2a}{2-a} = 2 \quad \therefore a = 1$$

$x$	...	-1	...	1	...
$f'(x)$	-	0	+	0	-
$f(x)$		↓		↑	↓

(ii)  $-2 < a < 0$  のとき.

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) = 0 \text{ と右の増減表より}$$

最大値は,  $f(-1) = \frac{-2a}{2+a}$

$$\therefore \frac{-2a}{2+a} = 2 \quad \therefore a = -1$$

$x$	...	-1	...	1	...
$f'(x)$	+	0	-	0	+
$f(x)$		↑		↓	↑

(i)(ii) より,  $|p - q| = |1 - (-1)| = \underline{\underline{2}}$