

2017年第2問

2 下図のような立方体を考える．この立方体の8つの頂点の上を点Pが次の規則で移動する．時刻0では点Pは頂点Aにいる．時刻が1増えるごとに点Pは，今いる頂点と辺で結ばれている頂点に等確率で移動する．例えば時刻 n で点Pが頂点Hにいるとすると，時刻 $n+1$ では，それぞれ $\frac{1}{3}$ の確率で頂点D, E, Gのいずれかにいる．自然数 $n \geq 1$ に対して，(i)点Pが時刻 n までの間一度も頂点Aに戻らず，かつ時刻 n で頂点B, D, Eのいずれかにいる確率を p_n ，(ii)点Pが時刻 n までの間一度も頂点Aに戻らず，かつ時刻 n で頂点C, F, Hのいずれかにいる確率を q_n ，(iii)点Pが時刻 n までの間一度も頂点Aに戻らず，かつ時刻 n で頂点Gにいる確率を r_n ，とする．このとき，次の問に答えよ．

- (1) p_2, q_2, r_2 と p_3, q_3, r_3 を求めよ．
- (2) $n \geq 2$ のとき， p_n, q_n, r_n を求めよ．
- (3) 自然数 $m \geq 1$ に対して，点Pが時刻 $2m$ で頂点Aに初めて戻る確率 s_m を求めよ．
- (4) 自然数 $m \geq 2$ に対して，点Pが時刻 $2m$ で頂点Aに戻るのがちょうど2回目となる確率を t_m とする．このとき， $t_m < s_m$ となる m をすべて求めよ．

