



2016年第5問

5 $\triangle PQR$ において $\angle RPQ = \theta$, $\angle PQR = \frac{\pi}{2}$ とする. 点 P_n ($n = 1, 2, 3, \dots$) を次で定める.

$$P_1 = P, \quad P_2 = Q, \quad P_n P_{n+2} = P_n P_{n+1}$$

ただし, 点 P_{n+2} は線分 $P_n R$ 上にあるものとする. 実数 θ_n ($n = 1, 2, 3, \dots$) を

$$\theta_n = \angle P_{n+1} P_n P_{n+2} \quad (0 < \theta_n < \pi)$$

で定める.

(1) θ_2, θ_3 を θ を用いて表せ.

(2) $\theta_{n+1} + \frac{\theta_n}{2}$ ($n = 1, 2, 3, \dots$) は n によらない定数であることを示せ.

(3) $\lim_{n \rightarrow \infty} \theta_n$ を求めよ.

