



2014年理系第3問

3 行列

$$P = \begin{pmatrix} x & \frac{\sqrt{2}}{3} \\ \frac{\sqrt{2}}{3} & y \end{pmatrix}$$

について、次の問いに答えよ。

- (1) $P^2 = P$ をみたす実数の組 (x, y) は2組ある。これらを求めよ。
- (2) (1) で求めた2つの組を $(x_1, y_1), (x_2, y_2)$ とし、それぞれに対応する行列 P を P_1, P_2 とおく。ただし、 $x_1 < x_2$ とする。このとき、 $n = 1, 2, 3, \dots$ に対し

$$(P_1 P_2)^n P_1 = r_n P_1$$

をみたす実数 r_n を求めよ。

- (3) 重複を許して P_1, P_2 を6個並べて得られる順列

$$Q_1 \ Q_2 \ Q_3 \ Q_4 \ Q_5 \ Q_6$$

のうちで $Q_1 = P_1$ となるものすべてを考え、それぞれの順列に6個の行列の積 $P_1 Q_2 Q_3 Q_4 Q_5 Q_6$ を対応させる。このようにして得られる行列のうち、異なるものはいくつあるか。