2014年 理系 第3問

$\boxed{3}$ 行列

$$P=\begin{pmatrix} x & \dfrac{\sqrt{2}}{3} \\ \dfrac{\sqrt{2}}{3} & y \end{pmatrix}$$

について，次の問いに答えよ．

(1) $P^2=P$ をみたす実数の組 $(x,\ y)$ は2組ある．これらを求めよ．

(2) (1)で求めた2つの組を $(x_1,\ y_1)$，$(x_2,\ y_2)$ とし，それぞれに対応する行列 P を P_1，P_2 とおく．ただし，$x_1<x_2$ とする．このとき，$n=1,\ 2,\ 3,\ \cdots$ に対し

$$(P_1P_2)^nP_1=r_nP_1$$

をみたす実数 r_n を求めよ．

(3) 重複を許して P_1，P_2 を6個並べて得られる順列

$$Q_1 \quad Q_2 \quad Q_3 \quad Q_4 \quad Q_5 \quad Q_6$$

のうちで $Q_1=P_1$ となるものすべてを考え，それぞれの順列に6個の行列の積 $P_1Q_2Q_3Q_4Q_5Q_6$ を対応させる．このようにして得られる行列のうち，異なるものはいくつあるか．