



2015年理系第4問

4 $a > 1$ とする. 無限等比級数

$$a + ax(1 - ax) + ax^2(1 - ax)^2 + ax^3(1 - ax)^3 + \dots$$

が収束するとき, その和を $S(x)$ とする. 次の問いに答えよ.

- (1) この無限等比級数が収束するような実数 x の値の範囲を求めよ. また, そのときの $S(x)$ を求めよ.
- (2) x が (1) で求めた範囲を動くとき, $S(x)$ のとり得る値の範囲を求めよ.
- (3) $I(a) = \int_0^{\frac{1}{a}} S(x) dx$ とおくと, 極限值 $\lim_{a \rightarrow \infty} I(a)$ を求めよ.