

2014年 国際総合学部 第1問


 数理  
石井K

1 次の各問いに答えよ。

- (1) 関数  $\tan x$  の導関数を求めよ。  
 (2) 不定積分  $\int \tan x dx$  を求めよ。  
 (3)  $X = \cos\left(\frac{x}{2} - \frac{\pi}{4}\right)$  とおくとき、 $1 + \sin x$  を  $X$  を用いて表せ。  
 (4) 不定積分  $\int \frac{dx}{1 + \sin x}$  を求めよ。  
 (5) 定積分  $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{x}{1 + \sin x} dx$  の値を求めよ。

$$(1) (\tan x)' = \frac{1}{\cos^2 x} //$$

$$(2) \int \tan x dx = -\int \frac{-\sin x}{\cos x} dx = -\int \frac{(\cos x)'}{\cos x} dx = -\log |\cos x| + C \quad (C \text{ は積分定数}) //$$

$$(3) X = \cos \frac{x}{2} \cos \frac{\pi}{4} + \sin \frac{x}{2} \sin \frac{\pi}{4}$$

$$= \frac{1}{\sqrt{2}} (\sin \frac{x}{2} + \cos \frac{x}{2})$$

$$\therefore X^2 = \frac{1}{2} (1 + \sin x) \quad \therefore \underline{1 + \sin x = 2X^2} //$$

$$(4) (3) \text{より} \int \frac{dx}{1 + \sin x} = \int \frac{dx}{2 \cos^2(\frac{x}{2} - \frac{\pi}{4})}$$

$$= \underline{\tan(\frac{x}{2} - \frac{\pi}{4}) + C} \quad (C \text{ は積分定数}) //$$

(5) (4) を用いて、部分積分

$$(5) \text{式} = \int_0^{\frac{\pi}{2}} x \cdot \left\{ \tan\left(\frac{x}{2} - \frac{\pi}{4}\right) \right\}' dx$$

$$= \left[ x \tan\left(\frac{x}{2} - \frac{\pi}{4}\right) \right]_0^{\frac{\pi}{2}} - \int_0^{\frac{\pi}{2}} \tan\left(\frac{x}{2} - \frac{\pi}{4}\right) dx$$

$$= - \left[ -2 \log \left| \cos\left(\frac{x}{2} - \frac{\pi}{4}\right) \right| \right]_0^{\frac{\pi}{2}}$$

$$= -2 \log \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$= \underline{\log 2} //$$