



2011年理学部第2問

2 曲線 $C: (x-2)^2 + y^2 = 1$ と直線 $l: y = (\tan \theta)x$ を考える。ただし $0 \leq \theta < \frac{\pi}{2}$ とする。 $f(\theta)$ を次の (ア), (イ), (ウ) のように定める。

(ア) C と l の共有点の個数が 1 のとき、 $f(\theta)$ は共有点と原点の距離とする。

(イ) C と l の共有点の個数が 2 以上のとき、 $f(\theta)$ は共有点と原点の距離のうち最も小さいものとする。

(ウ) C と l が共有点を持たないとき、 $f(\theta) = 0$ とする。

さらに、 C と l が共有点を持つ θ の最大値を α とする。次の問いに答えよ。

(1) α を求めよ。

(2) C と l が共有点を持つとき、 $f(\theta)$ を求めよ。

(3) 次の積分を計算せよ。

$$\int_0^{\alpha} \{f(\theta)\}^2 d\theta$$