

2011年 環境科学部・工学部 第2問

2 x 軸とのなす角が 2θ ($0 < \theta < \frac{\pi}{4}$) で原点 O を通る直線 l と、 x 軸上の定点 $A(a, 0)$ ($a > 0$) と y 軸上の定点 $B(0, b)$ ($b > 0$) がある。円 C_1 、円 C_2 は l と接し、かつ C_1 は x 軸と A で接し、 C_2 は y 軸と B で接するものとする。 C_1 、 C_2 の中心をそれぞれ P_1 、 P_2 とする。ただし、 P_1 、 P_2 は第1象限の点である。

- (1) $\triangle OP_1P_2$ の面積は $S = \frac{ab}{\sin 2\theta + \cos 2\theta + 1}$ であることを示せ。
(2) θ を変数としたとき、 S の最小値を求めよ。