

2014年理系第2問

2 2次正方行列  $M = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$  についての条件

(\*)  $a = d$  かつ  $b = -c$

を考える. (\*) を満たす  $M$  に対して, 実数  $f(M)$  を  $f(M) = \sqrt{a^2 + b^2}$  と定める. 以下の問いに答えなさい.

- (1) 2次正方行列  $A, B$  がともに (\*) を満たすならば, 積  $AB$  も (\*) を満たすことを証明しなさい.
- (2) 2次正方行列  $A, B$  がともに (\*) を満たすならば,  $f(AB) = f(A)f(B)$  が成り立つことを証明しなさい.
- (3)  $A = 16 \begin{pmatrix} 1 & -\sqrt{3} \\ \sqrt{3} & 1 \end{pmatrix}$  に対して  $f(A^n)$  が十進法で10けた以上となる自然数  $n$  のうち最小のものを求めなさい. ただし, 本問においては  $\log_{10} 2 = 0.301$  とする.