0001689360138999

津田塾大学

2013 年 学芸（数学）第 1 問

数理 石井K

$\boxed{1}$ 次の問に答えよ．

(1) 極限値 $\displaystyle\lim_{x\to 0}\frac{x(e^{3x}-1)}{1-\cos x}$ を求めよ．

(2) 関数 $y=f(x)$ は $0\leqq x\leqq 3$ において連続で，$f(x)>0$ とする．曲線 $y=f(x)$，x 軸，および直線 $x=0$，$x=3$ により囲まれた図形を D とする．D を x 軸のまわりに 1 回転してできる回転体の体積は 6π であり，D を直線 $y=-1$ のまわりに 1 回転してできる回転体の体積は 13π である．D の面積を求めよ．

新傾向というわけではないかもしれないが，(2) は興味深い
ちょっとおもしろかった

(1) (与式) $\displaystyle=\lim_{x\to 0}\frac{\frac{1}{2}x(e^{3x}-1)}{\frac{1-\cos x}{2}}$

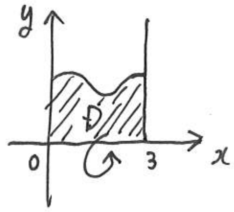
$\displaystyle=\lim_{x\to 0}\frac{\left(\frac{x}{2}\right)^2}{\sin^2\frac{x}{2}}\cdot\frac{e^{3x}-1}{\frac{x}{2}}$

$\displaystyle=\lim_{x\to 0}\underbrace{\left(\frac{\frac{x}{2}}{\sin\frac{x}{2}}\right)^2}_{\to 1}\cdot\frac{e^{3x}-1}{x-0}\cdot 2$

$y=e^{3x}$ の $x=0$ での微分係数．

$=2\cdot g'(0)$ 　（ここで $g(x)=e^{3x}$ とおいた．よって $g'(x)=3e^{3x}$）

$=\underline{6}$ //



(2) 条件より．$\displaystyle\pi\int_0^3\{f(x)\}^2\,dx=6\pi$ …①

$\displaystyle\pi\int_0^3\{f(x)+1\}^2\,dx=13\pi$ …②

y 軸方向に +1，グラフを平行移動して x 軸のまわりに回転させた

②−①より $\displaystyle\pi\int_0^3 2f(x)+1\,dx=7\pi$

$\displaystyle\therefore\int_0^3 2f(x)+1\,dx=7$

$\displaystyle 2\int_0^3 f(x)\,dx+\int_0^3 dx=7$

$\displaystyle\therefore 2\int_0^3 f(x)\,dx+\big[x\big]_0^3=7$ 　$\displaystyle\therefore\underline{\int_0^3 f(x)\,dx=2}$ //