2013年 理系1 第3問

数理 石井K

3 次の問いに答えよ．

(1) 不等式 $\sqrt{3}\cos\theta + 3\sin\theta - \sqrt{6} > 0$ $(0 \leqq \theta < 2\pi)$ の解は $\dfrac{\pi}{\boxed{ア}\boxed{イ}} < \theta < \dfrac{\boxed{ウ}}{\boxed{エ}\boxed{オ}}\pi$ である．

ア 1　イ 2　ウ 7　エ 1　オ 2

(2) △OABにおいて，辺OAを1：2，辺OBを2：1に内分する点をそれぞれD，Eとし，線分AEとBDの交点をPとする．このとき，

$$\overrightarrow{OD} = \frac{\boxed{カ}}{\boxed{キ}}\overrightarrow{OA},\quad \overrightarrow{OE} = \frac{\boxed{ク}}{\boxed{ケ}}\overrightarrow{OB},\quad \overrightarrow{OP} = \frac{\boxed{コ}}{\boxed{サ}}\overrightarrow{OA} + \frac{\boxed{シ}}{\boxed{サ}}\overrightarrow{OB}$$

カ 1　キ 3　ク 2　ケ 3　コ 1　サ 7　シ 4　サ 7

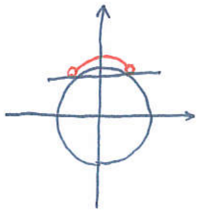
と表せる．

(1) $\sqrt{(\sqrt{3})^2 + 3^2} = 2\sqrt{3}$

∴ 不等式は．$2\sqrt{3}\left(\sin\theta \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} + \cos\theta \cdot \frac{1}{2}\right) > \sqrt{6}$ となる．

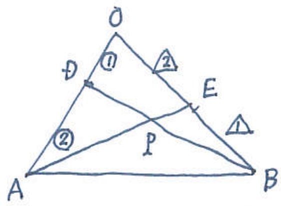
∴ $2\sqrt{3}\sin\left(\theta + \frac{\pi}{6}\right) > \sqrt{6}$

∴ $\sin\left(\theta + \frac{\pi}{6}\right) > \frac{1}{\sqrt{2}}$



$0 \leqq \theta < 2\pi$ より，$\frac{\pi}{6} \leqq \theta + \frac{\pi}{6} < \frac{13}{6}\pi$

∴ $\frac{\pi}{4} < \theta + \frac{\pi}{6} < \frac{3}{4}\pi$　　∴ $\underline{\frac{\pi}{12} < \theta < \frac{7}{12}\pi}$ //



(2) $\underline{\overrightarrow{OD} = \frac{1}{3}\overrightarrow{OA},\ \overrightarrow{OE} = \frac{2}{3}\overrightarrow{OB}}$ //

メネラウスの定理より．

$\frac{AD}{DO} \cdot \frac{OB}{BE} \cdot \frac{EP}{PA} = 1$　　∴ $\frac{2}{1} \cdot \frac{3}{1} \cdot \frac{EP}{PA} = 1$　　∴ $EP : PA = 1 : 6$

∴ $\overrightarrow{OP} = \frac{1}{7}\overrightarrow{OA} + \frac{6}{7}\overrightarrow{OE}$

$= \frac{1}{7}\overrightarrow{OA} + \frac{6}{7} \cdot \frac{2}{3}\overrightarrow{OB}$

$= \underline{\frac{1}{7}\overrightarrow{OA} + \frac{4}{7}\overrightarrow{OB}}$ //