0002057362497999

金沢工業大学

2015年 理系1 第1問

数理 石井K

$\boxed{1}$ 次の問いに答えよ．

(1) $x=\dfrac{1}{\sqrt{5}-\sqrt{2}}$，$y=\dfrac{1}{\sqrt{5}+\sqrt{2}}$ のとき，

$xy=\dfrac{\boxed{ア}}{\boxed{イ}}$ 1, 3，　$x+y=\dfrac{\boxed{ウ}\sqrt{\boxed{エ}}}{\boxed{オ}}$ 2, 5, 3

である．

(1) $x=\dfrac{\sqrt{5}+\sqrt{2}}{(\sqrt{5}-\sqrt{2})(\sqrt{5}+\sqrt{2})}=\dfrac{\sqrt{5}+\sqrt{2}}{3}$

$y=\dfrac{\sqrt{5}-\sqrt{2}}{(\sqrt{5}+\sqrt{2})(\sqrt{5}-\sqrt{2})}=\dfrac{\sqrt{5}-\sqrt{2}}{3}$

$\therefore\ xy=\dfrac{1}{3},\ x+y=\dfrac{2\sqrt{5}}{3}$ //

(2) a，b を定数とする．不等式 $x-2a\leqq 3x+b\leqq x+2$ の解が $4\leqq x\leqq 5$ であるとき，$a=\boxed{カ}$ 0，$b=\boxed{キク}$ −8 である．

(2) $x\geqq -\dfrac{2a+b}{2}$ かつ $x\leqq\dfrac{2-b}{2}$

$\therefore\ -a-\dfrac{b}{2}\leqq x\leqq 1-\dfrac{b}{2}$

$\therefore\ b=-8,\ a=0$ //

(3) 2次方程式 $x^2-3x-5=0$ の解を α，β $(\alpha<\beta)$ とするとき，

$m\leqq\alpha<m+1$ を満たす整数 m の値は $m=\boxed{ケコ}$，−2

$n\leqq\beta<n+1$ を満たす整数 n の値は $n=\boxed{サ}$ 4

である．(3) $\alpha=\dfrac{3-\sqrt{29}}{2}$，$\beta=\dfrac{3+\sqrt{29}}{2}$ より．$m=-2,\ n=4$ //

(4) 6個の数字 0，1，2，3，4，5 を使ってできる4桁の整数のうち，2の倍数は $\boxed{シスセ}$ 156 個ある．ただし，同じ数字をくり返し使わないものとする．

(4) $_5P_3+2\times4\times{_4P_2}=156$ //

(5) 方程式 $5x+7y=1$ ……① の整数解 x，y を求める．

$5\cdot3+7\cdot(\boxed{ソタ})=1$ −2 ……② が成り立ち，①，② から

$5(x-3)+7(y+\boxed{チ})=0$ 2

が成り立つ．よって，$x-3=\boxed{ツ}\,n$ 7（n は整数）とおけるから，① のすべての整数解は

$x=\boxed{ツ}\,n+3$，$y=\boxed{テト}\,n-\boxed{チ}$ 7, −5, 2（n は整数）

と表せる．

(5) $5\cdot3+7\cdot(-2)=1$ //

①−② より．$5(x-3)+7(y+2)=0$ //

$x-3=7n$ //（5と7は互いに素より）

$x=7n+3,\ y=-5n-2$ //

(6) △ABC において，AB $=4$，AC $=6$，$\cos A=\dfrac{9}{16}$ であるとき，△ABC の面積は $\dfrac{\boxed{アイ}\sqrt{\boxed{ウ}}}{\boxed{エ}}$ 15, 7, 4 であり，その内接円の半径は $\dfrac{\sqrt{\boxed{オ}}}{\boxed{カ}}$ 7, 2 である．

(6) $\sin A=\sqrt{1-\left(\dfrac{9}{16}\right)^2}=\dfrac{5\sqrt{7}}{16}$　$\therefore\ \triangle ABC=\dfrac{1}{2}\cdot4\cdot6\cdot\dfrac{5\sqrt{7}}{16}=\dfrac{15\sqrt{7}}{4}$ //

(7) $\sin\theta+\cos\theta=\dfrac{2}{3}$ $(0^\circ\leqq\theta\leqq180^\circ)$ のとき，$\sin^2\theta-\cos^2\theta=\dfrac{\boxed{キ}\sqrt{\boxed{クケ}}}{\boxed{コ}}$ 2, 14, 9 である．

(8) 箱の中に赤玉1個，黄玉2個，白玉2個の計5個の玉がある．この5個の玉から1個の玉を取り出し，その色を確認して元に戻す．この試行をくり返して，赤玉を取り出すか，または，黄玉を2回取り出したときに試行を終了するものとする．このとき，3回目の試行で終了する確率は $\dfrac{\boxed{サシ}}{\boxed{スセソ}}$ 28, 125 である．

(6)のつづき 余弦定理より．$BC=5$　$\therefore\ \triangle ABC=\dfrac{r}{2}(4+5+6)=\dfrac{15}{2}r$　$\therefore\ r=\dfrac{\sqrt{7}}{2}$ //

(7) $(\sin\theta-\cos\theta)^2=1-2\sin\theta\cos\theta$　$1+2\sin\theta=\dfrac{4}{9}$　$\therefore\ \sin\theta-\cos\theta=\dfrac{\sqrt{14}}{3}$

$\therefore\ \sin^2\theta-\cos^2\theta=\dfrac{2}{3}\cdot\dfrac{\sqrt{14}}{3}=\dfrac{2\sqrt{14}}{9}$ //

(8) $P=\dfrac{4^2-2^2}{5^3}+\dfrac{2\cdot2\cdot4}{5^3}=\dfrac{28}{125}$ //