



2016年工学部第2問

2 四面体 $OABC$ において、辺 OA , OB , OC のどの2辺も互いに直交し、長さがすべて1である。3点 O , B , C を通る平面上に点 D を

$$OD = 1, \quad 0^\circ < \angle BOD < 90^\circ, \quad 0^\circ < \angle COD < 90^\circ$$

となるようにとり、 $\angle BOD = \theta$, $\cos \theta = x$ とおく。線分 AB を $(x+2):x$ に外分する点を E , 線分 AC を $x:(1-x)$ に内分する点を F , 三角形 DEF の重心を G とする。 $\overrightarrow{OA} = \vec{a}$, $\overrightarrow{OB} = \vec{b}$, $\overrightarrow{OC} = \vec{c}$ とおくと、以下の問いに答えよ。

- (1) \overrightarrow{OD} を、 x , \vec{b} , \vec{c} を用いて表せ。また、 \overrightarrow{OG} を、 x , \vec{a} , \vec{b} , \vec{c} を用いて表せ。
- (2) 点 G が3点 O , B , C を通る平面上にあるような x の値を求めよ。
- (3) \overrightarrow{OG} と \overrightarrow{DF} の内積の最小値と、そのときの x の値を求めよ。