0001734905628999

自治医科大学

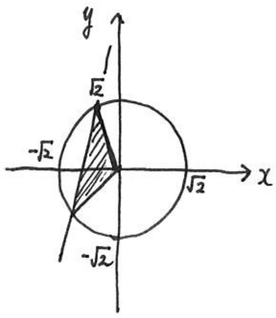
2014年第11問

数理 石井K

$\boxed{11}$ 円 $x^2+y^2=2$ と直線 $y=2x+k$ は相異なる2点A，Bで交わる．△OABの面積を S とする（Oは原点）．S が最大となるときの k の値を M としたとき，M^2 の値を求めよ．

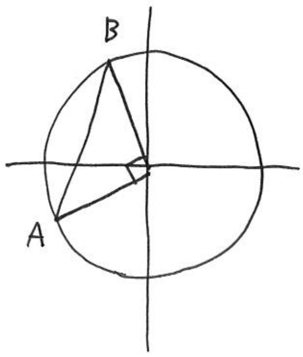
OAとOBのなす角を θ とおくと．

$$S=\frac{1}{2}\cdot\sqrt{2}\cdot\sqrt{2}\cdot\sin\theta=\sin\theta$$



∴ S は $\theta=\frac{\pi}{2}$ のとき最大

$$x^2+(2x+k)^2=2$$



$$\therefore\ 5x^2+4kx+k^2-2=0$$

$$x=\frac{-4k\pm\sqrt{16k^2-4\cdot5(k^2-2)}}{10}$$

$$=\frac{-2k\pm\sqrt{10-k^2}}{5}$$

∴ A $\left(\cancel{\frac{-2k-\sqrt{10-k^2}}{5}}\right.$，　A$(\alpha, 2\alpha+k)$　B$(\beta, 2\beta+k)$

$$\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OB}=\alpha\beta+2\alpha\cdot2\beta+2k(\alpha+\beta)+k^2$$

$$=5\cdot\frac{k^2-2}{5}+2k\cdot\left(-\frac{4k}{5}\right)+k^2$$

$$=\frac{2}{5}k^2-2$$

∴ $\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OB}=0$ より　$k^2=5$ //