

2011年医(医)・理(数理・物理・地環)・工・歯第5問

5 次の行列 A を考える.

$$A = \begin{pmatrix} -2 & 2 \\ -2 & 0 \end{pmatrix}$$

次の各問いに答えよ.

(1) 2×2 行列 X に対して, $E - X$ が逆行列を持つとき

$$E + X + X^2 + \cdots + X^n = (E - X^{n+1})(E - X)^{-1}$$

が成立することを示せ. ただし, E は 2×2 の単位行列である.

(2) A^2 と A^3 を計算せよ. さらに A^{100} と A^{101} を計算せよ.

(3) $E + A + A^2 + \cdots + A^{100}$ を計算せよ.