

2014年第1問

 教理  
石井

1 次の問いに答えよ。

$$(1)(i) \quad y' = \frac{1+x+x^2-x \cdot (1+2x)}{(1+x+x^2)^2} = \frac{1-x^2}{(1+x+x^2)^2} //$$

(1) 次の関数の導関数を求めよ。

$$(i) \quad y = \frac{x}{1+x+x^2}$$

$$(ii) \quad y' = (2x+2)e^{-x} + (x^2+2x) \cdot (-e^{-x})$$

$$(ii) \quad y = (x^2+2x)e^{-x}$$

$$= (2-x^2)e^{-x} //$$

(2) 次の不定積分を求めよ。

$$(i) \quad \int x^2 \log x \, dx$$

$$(ii) \quad \int \frac{\cos x}{\cos^2 x + 2 \sin x - 2} \, dx$$

$$(2)(i) \quad \int x^2 \log x \, dx = \int \left(\frac{x^3}{3}\right)' \log x \, dx$$

(3)  $x > 0$  とする。無限等比級数

$$= \frac{x^3}{3} \log x - \int \frac{x^2}{3} \, dx$$

$$1 + \log x + (\log x)^2 + \dots + (\log x)^n + \dots$$

が収束するような  $x$  の値の範囲を求めよ。

$$(C \text{ は積分定数}) = \frac{x^3}{3} \log x - \frac{x^3}{9} + C //$$

$$(ii) \quad \left(\frac{\cos x}{\sin x - 1}\right)' = \int \frac{\cos x}{-\sin^2 x + 2 \sin x - 1} \, dx$$

$$= \int \frac{-\cos x}{(1 - \sin x)^2} \, dx$$

$$= \frac{1}{\sin x - 1} + C \quad (C \text{ は積分定数}) //$$

(3) 公比  $r$  が  $|r| < 1$  を満たせばよいので

$$|\log x| < 1 \quad \therefore \quad -1 < \log x < 1$$

$$\therefore \quad \frac{1}{e} < x < e //$$