

2013年 経済学部 第2問


 数理  
石井K

2 二次方程式  $x^2 + (\log_2 n)x + \log_3 n = 0$  が実数解をもたない自然数  $n$  をすべて求めよ。ただし,  $\log_2 3 = 1.58$ ,  $\log_2 5 = 2.32$  とする。

与えられた二次方程式の判別式を  $D$  とおくと,

$$D = (\log_2 n)^2 - 4 \log_3 n < 0$$

$\therefore$  底の変換公式より,

$$(\log_2 n)^2 - 4 \cdot \frac{\log_2 n}{\log_2 3} < 0 \iff (\log_2 n) \cdot \left( \log_2 n - \frac{4}{\log_2 3} \right) < 0$$

$n=1$  のとき不等式は成り立たないので,  $n \geq 2$  とすると,  $\log_2 n > 0$

$$\therefore \log_2 n < \frac{4}{\log_2 3} = \frac{4}{1.58} < 2.54$$

$\log_2 n$  は  $n$  について単調増加で,

$$\log_2 4 = 2 < 2.54, \quad \log_2 5 = 2.32 < 2.54$$

$$\log_2 6 = \log_2 2 + \log_2 3 = 2.58 > 2.54 \quad \text{より}$$

$$\underline{n = 2, 3, 4, 5} //$$