0001720819728999

北海道薬科大学

2010年 薬学部 第3問

数理 石井K

$\boxed{3}$ $x^2+y^2-6ax+4ay+19a^2-a-1=0$（$a$ は定数）は円を表すものとする．

(1) a の値の範囲は $\dfrac{\boxed{}\,-1}{\boxed{}\,3} < a < \dfrac{\boxed{}\,1}{\boxed{}\,2}$ である．

(2) この円の面積が最大となるとき，円の中心座標は $\left(\dfrac{\boxed{}\,1}{\boxed{}\,4},\ \dfrac{\boxed{}\,-1}{\boxed{}\,6}\right)$ であり，最大面積は $\dfrac{\boxed{}\,25}{\boxed{}\,24}\pi$ となる．

このとき，座標 $\left(-\dfrac{1}{3},\ 1\right)$ を通り，円の面積を二等分する直線の方程式は

$$y=-\boxed{}\,2\,x+\frac{\boxed{}\,1}{\boxed{}\,3}$$

である．

(1) $(x-3a)^2+(y+2a)^2=-6a^2+a+1$ …①

よって，$-6a^2+a+1>0$

$(2a-1)(3a+1)<0$

$\therefore\ \underline{-\frac{1}{3}<a<\frac{1}{2}}$ //

(2) 円の面積が最大 $\Leftrightarrow$ (半径)^2 が最大

$\therefore$ (半径)$^2 = -6a^2+a+1$

$= -6\left(a^2-\frac{1}{6}a\right)+1$

$= -6\left(a-\frac{1}{12}\right)^2+\frac{25}{24}$

$\therefore\ a=\frac{1}{12}$ のときであるから①より．$\underline{中心は．\left(\frac{1}{4},\ -\frac{1}{6}\right)，最大面積は\ \frac{25}{24}\pi}$ //

$\left(-\frac{1}{3},\ 1\right)$ と円の中心 $\left(\frac{1}{4},\ -\frac{1}{6}\right)$ を通ればよいから，

$y=\dfrac{-\frac{1}{6}-1}{\frac{1}{4}-\left(-\frac{1}{3}\right)}\left(x+\frac{1}{3}\right)+1$

$\therefore\ \underline{y=-2x+\frac{1}{3}}$ //