

2015年 経済情報 第2問

 数理
石井

2 次の問いに答えなさい。

- (1) 3を引いても12を足しても平方数となる自然数をすべて求めなさい。
 (2) 3^n を5で割ると1余るという性質を持つ最小の自然数 n は何か答えなさい。
 (3) $179x + 767y = 1$ をみたす整数の組 (x, y) をすべて求めなさい。

(1) 求める自然数を n とすると。

$$n-3 = l^2 \cdots \textcircled{1}, \quad n+12 = m^2 \cdots \textcircled{2} \quad (l, m \text{ は整数})$$

$$\textcircled{1}, \textcircled{2} \text{ より } (m+l)(m-l) = 15$$

$$m+l > m-l \text{ と } m > l \text{ より } \begin{cases} m+l = 15 \\ m-l = 1 \end{cases} \quad \text{または} \quad \begin{cases} m+l = 5 \\ m-l = 3 \end{cases}$$

$$\text{これを解いて, } (m, l) = (8, 7), (4, 1) \quad \therefore \underline{n = 52, 4} //$$

(2) mod 5で考えると。

$$3^1 \equiv 3, \quad 3^2 \equiv 4, \quad 3^3 \equiv 2, \quad 3^4 \equiv 1 \quad \text{よって, } \underline{n = 4} //$$

(3) $767 = 179 \times 4 + 51$

$$179 = 51 \times 3 + 26$$

$$51 = 26 \times 1 + 25$$

$$26 = 25 \times 1 + 1$$

ユークリッドの互除法

②-①より

$$179(x-30) + 767(y+7) = 0$$

$$\therefore 179(x-30) = -767(y+7) \cdots \textcircled{3}$$

179と767は互いに素より。

 $x-30$ は767の倍数

$$x-30 = 767k \quad (k \text{ は整数}) \text{ とおくと}$$

$$\textcircled{3} \text{ より, } y+7 = -179k$$

よって、

$$\underline{(x, y) = (767k+30, -179k-7) //}$$

ただし、 k は任意の整数

$$\therefore 1 = 26 - 25$$

$$= 26 - (51 - 26)$$

$$= 26 \times 2 - 51$$

$$= (179 - 51 \times 3) \times 2 - 51$$

$$= 179 \times 2 - 51 \times 7$$

$$= 179 \times 2 - (767 - 179 \times 4) \times 7$$

$$= 179 \times 30 + 767 \times (-7)$$

$$\text{よって, } 179 \times 30 + 767 \times (-7) = 1 \cdots \textcircled{1}$$

$$179x + 767y = 1 \cdots \textcircled{2}$$