



2013年 総合理工（数理・情報システム）第3問

3 数列  $\{a_n\}$ ,  $\{b_n\}$  を,  $a_1 = 1$ ,  $b_1 = 0$ ,  $a_{n+1} = \frac{1}{4}a_n - \frac{\sqrt{3}}{4}b_n$ ,  $b_{n+1} = \frac{\sqrt{3}}{4}a_n + \frac{1}{4}b_n$  によって定め, 座標が  $(a_n, b_n)$  である点を  $C_n$  とする. 原点を  $O$  とするとき, 次の問いに答えよ.

- (1)  $\overrightarrow{OC_n}$  の大きさ  $|\overrightarrow{OC_n}|$  を,  $n$  を用いて表せ.
- (2)  $\overrightarrow{OC_n}$  と  $\overrightarrow{OC_{n+1}}$  のなす角を求めよ.
- (3)  $S_n$  を  $\triangle OC_n C_{n+1}$  の面積とすると,  $S_n \leq \frac{1}{2^{2013}}$  をみたす最小の自然数  $n$  を求めよ.