



2014年第6問

6  $xy$  平面上に楕円

$$C_1: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{9} = 1 \quad (a > \sqrt{13})$$

および双曲線

$$C_2: \frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{b^2} = 1 \quad (b > 0)$$

があり、 $C_1$  と  $C_2$  は同一の焦点をもつとする。また  $C_1$  と  $C_2$  の交点

$$P\left(2\sqrt{1 + \frac{t^2}{b^2}}, t\right) \quad (t > 0)$$

における  $C_1$ ,  $C_2$  の接線をそれぞれ  $l_1$ ,  $l_2$  とする。

- (1)  $a$  と  $b$  の間に成り立つ関係式を求め、点  $P$  の座標を  $a$  を用いて表せ。
- (2)  $l_1$  と  $l_2$  が直交することを示せ。
- (3)  $a$  が  $a > \sqrt{13}$  を満たしながら動くときの点  $P$  の軌跡を図示せよ。