

2014年第3問

3 四面体OABCは、 $OA = BC$ 、 $OB = AC$ 、 $OC = AB$ を満たしているとし、 $OA = a$ 、 $OB = b$ 、 $OC = c$ とおく。三角形ABCと三角形OACの重心をそれぞれG、Hとすると、次の問いに答えよ。

- (1)  $\vec{OG}$ 、 $\vec{BH}$ をそれぞれ $\vec{OA}$ 、 $\vec{OB}$ 、 $\vec{OC}$ を用いて表せ。
- (2) 内積 $\vec{OA} \cdot \vec{OB}$ を $a$ 、 $b$ 、 $c$ を用いて表せ。
- (3)  $OG \perp BH$ であるとき、 $a^2 + c^2 = 3b^2$ が成り立つことを示せ。