



2016年 理学部（数学・情報数理）第1問

1 座標平面上にすべての内角が  $180^\circ$  未満の四角形 ABCD がある．原点を  $O$  とし， $\overrightarrow{OA} = \vec{a}$ ， $\overrightarrow{OB} = \vec{b}$ ， $\overrightarrow{OC} = \vec{c}$ ， $\overrightarrow{OD} = \vec{d}$  とおく． $k$  は  $0 \leq k \leq 1$  を満たす定数とする． $0$  以上の実数  $s, t, u$  が  $k + s + t + u = 1$  を満たしながら変わるとき

$$\overrightarrow{OP} = k\vec{a} + s\vec{b} + t\vec{c} + u\vec{d}$$

で定められる点  $P$  の存在範囲を  $E(k)$  とする．

- (1)  $E(1)$  および  $E(0)$  を求めよ．
- (2)  $E\left(\frac{1}{3}\right)$  を求めよ．
- (3) 対角線 AC, BD の交点を  $M$  とする．どの  $E(k)$   $\left(\frac{1}{3} \leq k \leq \frac{1}{2}\right)$  にも属するような点  $P$  を考える．このような点  $P$  が存在するための必要十分条件を，線分 AC, AM の長さを用いて答えよ．