



2017年 理学部・医学部 第3問

3  $n$ は正の整数とする. 1から  $n$  までの異なる  $n$  個の整数の順列を考える. 以下そのような順列に対して, 直前の数よりも小さい数が並ぶ回数を「下降回数」と呼ぶ. 例えば,  $n = 4$  のとき, 1432 では4の次に3, 3の次に2が並んでいるので下降回数は2である. 同様にして 1234, 1324, 4321 の下降回数はそれぞれ 0, 1, 3 である. 下降回数が1である順列の総数を  $a_n$ , 下降回数が2である順列の総数を  $b_n$  とおく. このとき, 次の問いに答えよ.

(1)  $a_4$  を求めよ.

(2)  $a_n = \sum_{k=0}^n ({}_n C_k - 1)$  であることを示せ.

(3)  $a_n$  を求めよ.

(4)  $n \geq 2$  のとき,  $b_n = \sum_{k=1}^{n-1} {}_n C_k a_{n-k} - \sum_{m=1}^{n-1} (m-1) ({}_n C_m - 1)$  であることを示せ.